ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2017 – 2018

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2018
ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες (150 λεπτά).

Μάθημα: Μαθηματικά Θεωρητικής Κατεύθυνσης (7-ωρο)

Τάξη: Β΄

Ημερομηνία Εξέτασης: 01/06/2018

Ώρα Εξέτασης: 8:00-10:30 π.μ.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΥΟ (2) ΜΕΡΗ ΣΕ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ Η ΕΞΟΔΟΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΞΗ ΠΡΙΝ ΤΗΝ ΠΑΡΕΛΕΥΣΗ 30 ΛΕΠΤΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΝΑΡΞΗ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ
2. ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΚΕΝΟ ΦΥΛΛΟ ΠΟΥ ΣΑΣ ΕΧΕΙ ΔΟΘΕΙ
3. ΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΝΑ ΜΕΤΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΚΕΝΟ ΦΥΛΟ
4. ΑΠΑΓΟΡΕΥΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΔΙΟΡΘΩΤΙΚΟΥ
5. ΕΠΙΤΡΕΠΕΤΑΙ Η ΧΡΗΣΗ ΜΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΖΟΜΕΝΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ
6. ΔΙΝΕΤΑΙ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΣΤΗ ΣΕΛΙΔΑ 5
7. ΤΟ ΚΙΝΗΤΟ ΣΤΗΝ ΑΙΘΟΥΣΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΕΙΝΑΙ ΔΟΛΙΕΥΣΗ
8. ΝΑ ΤΗΡΗΘΟΥΝ ΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΚΑΛΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ, ΓΡΑΜΜΟΓΡΑΦΙΑΣ, ΓΡΑΦΗΣ ΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΩΝ
9. ΝΑ ΓΡΑΦΕΤΕ ΜΟΝΟ ΜΕ ΜΠΛΕ ΜΕΛΑΝΙ (ΜΕ ΜΟΛΥΒΙ ΜΟΝΟ ΣΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ)

<u>Μέρος Α΄ (50 μονάδες)</u>: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών σε ένα τμήμα 20 μαθητών της Β΄ Λυκείου:

17	12	1	18	14	15	13	16	12	16
4	20	5	19	18	14	9	7	8	14

(α) Να κατασκευάσετε το φυλλογράφημα για τις πιο πάνω παρατηρήσεις.

(β) Να υπολογίσετε τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων.

2. Να υπολογίσετε τα όρια:

(α) $\lim\limits_{x \to 4} \frac{x^2-16}{x-4}$

(β) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{8x^3-3x^2+2x-5}{4x^3+2x-1}$

3. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:

(α) $f(x) = 2x^3 + συνx + 8$

(β) $f(x) = x^4 . e^{2x}$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $3^{2x-1} = 27^{x-2}$

(β) $log(2x-3) + log2 = log(x+2) - log2$

5. Δίνεται η συνάρτηση της μορφής $f: A \to f(A)$ όπου $f(x) = \frac{x}{x-3}$, $A = [4, +\infty)$.
Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης $f^{-1}(x)$.

6. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x)=\begin{cases} 4x+3 & αν \ \ x\in(-\infty,2] \\ -2x+1 & αν \ \ x\in(2,+\infty) \end{cases}$

(α) Να βρείτε τα $f(1)$ και $f(4)$

(β) Να εξετάσετε αν υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

7. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\beta - 2\alpha\sigma\upsilon\nu\Gamma = 0$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

8. Παραμετρική καμπύλη (Κ) ορίζεται από τις εξισώσεις:

$$\begin{cases} x = -3\sigma\upsilon\nu 2\theta \\ \psi = 4\eta\mu^3\theta \end{cases}, \quad \theta\in(0,\tfrac{\pi}{2})$$

Να δείξετε ότι: $\dfrac{d\psi}{dx} = \eta\mu\theta$

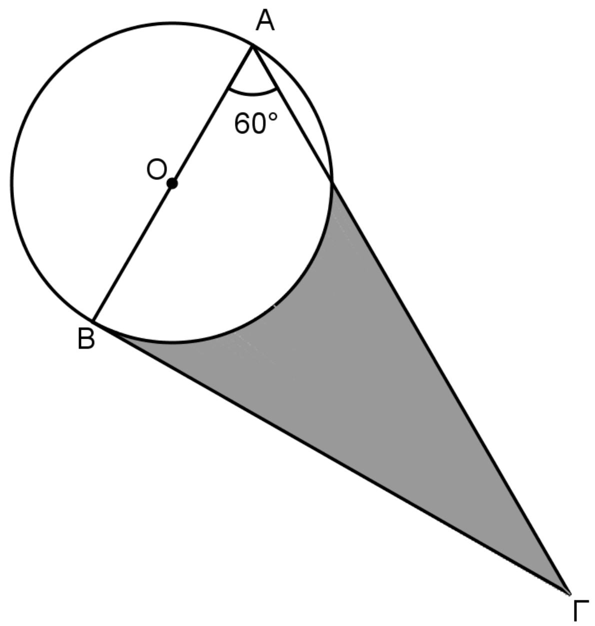
9. Οι τρεις πρώτοι όροι μιας αριθμητικής προόδου (Α.Π.) είναι:

2^x+3 , 11 , $2^{2x}-1$ (όπου $x\in\mathbb{R}$)

(α) Να βρείτε την τιμή του x.

(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της πιο πάνω αριθμητικής προόδου (Α.Π).

10. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και διάμετρο ΑΒ=12 cm, το εφαπτόμενο τμήμα ΒΓ του κύκλου στο σημείο Β και η γωνία $B\widehat{A}\Gamma = 60^\circ$.
Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.
(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π)



<u>Μέρος Β΄ (50 μονάδες)</u>: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνονται οι συναρτήσεις $f: A \to \mathbb{R}$, $g: B \to \mathbb{R}$ και $h: \Gamma \to \mathbb{R}$, $A, B, \Gamma \subseteq \mathbb{R}$ με αντίστοιχους τύπους:

$$f(x) = \frac{x+2}{x-3}, \quad g(x) = \sqrt{x-1} \quad \text{και} \quad h(x) = \frac{x^2-2x-8}{x^2-7x+12}$$

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f, g και h.

(β) Να εξετάσετε κατά πόσο οι συναρτήσεις f και h είναι ίσες. Στην περίπτωση που οι συναρτήσεις δεν είναι ίσες, να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ έτσι ώστε $f(x) = h(x)$.

(γ) Να ορίσετε τη συνάρτηση $g \circ f$.

(δ) Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου κ, $\kappa \in \mathbb{R}$ αν ισχύει

$$\lim_{x \to 5} \frac{g(x)-2}{x-5} = \frac{\kappa+1}{8}$$

2. Δίνεται η καμπύλη $\psi^2 - 2x\psi = 3$

(α) Να δείξετε ότι: $\frac{d\psi}{dx} = \frac{\psi}{\psi - x}$

(β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της με $x = -1$ και $\psi < 0$.

3. Δίνονται οι ακόλουθες παραστάσεις:

$$A = \frac{1+ \sigma\upsilon\nu 2x + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu 2x + \eta\mu x} \quad \text{και} \quad B = \frac{\eta\mu 6x \sigma\upsilon\nu 2x - \eta\mu 2x \sigma\upsilon\nu 6x}{2\eta\mu 2x}$$

(α) Να δείξετε ότι $A = \sigma\varphi x \ \ \kappa\alpha\iota \ B = \sigma\upsilon\nu 2x$

(β) Να λύσετε την εξίσωση $B - A.\eta\mu x + 1 = 0$ στο διάστημα $[0°, 180°]$.

4. Δίνεται η ακολουθία $log_3 x,\ log_9 x,\ log_{81} x, \dots \quad , x > 0$

(α) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία είναι απόλυτα φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με λόγο $\lambda = \frac{1}{2}$

(β) Να λύσετε την εξίσωση $log_3 x + log_9 x + log_{81} x + \dots\dots = 4$

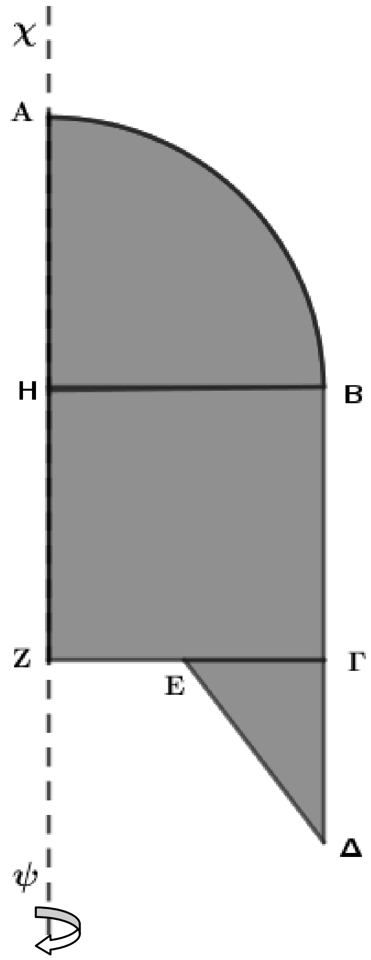
5. Στο διπλανό σχήμα το ΗΒΓΖ είναι τετράγωνο και ο κυκλικός τομέας ΗΑΒ είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο το Η και ακτίνα ΗΑ=6 cm. Το ΔΓΕ είναι ορθογώνιο τρίγωνο $\left(\hat{\Gamma}=90^{\circ}\right)$, το σημείο Ε είναι το μέσο της ΖΓ και το ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ=10 cm. Το σχήμα ΑΒΓΔΕΖ περιστρέφεται πλήρως γύρω από τον άξονα *χψ* που είναι παράλληλος προς τη ΒΔ.

Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και

(β) τον όγκο του στερεού που παράγεται.

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π)



Οι Εισηγητές | **Ο Συντονιστής Β.Δ.** | **Ο Διευθυντής**

Αγάθη Μουρούζη ………………….. | Ορθόδοξος Λοΐζου …………………... | Θεόδωρος Ηλία …………………...

Αντρέας Αντωνίου …………………..

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β΄ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

1. Τριγωνομετρία:

$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \; \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \; \eta\mu B$

$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \; \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \; \eta\mu B$

$2\eta\mu A \; \sigma\upsilon\nu B = \eta\mu(A - B) + \eta\mu(A + B)$

$2\sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B = \sigma\upsilon\nu(A - B) + \sigma\upsilon\nu(A + B)$

$2\eta\mu A \; \eta\mu B = \sigma\upsilon\nu(A - B) - \sigma\upsilon\nu(A + B)$

$\eta\mu 2A = 2\eta\mu A \; \sigma\upsilon\nu A$

$\sigma\upsilon\nu 2A = \sigma\upsilon\nu^2 A - \eta\mu^2 A$

$$\eta\mu^2 A = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2A}{2} \qquad \sigma\upsilon\nu^2 A = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2A}{2}$$

$$\eta\mu 2A = \frac{2\varepsilon\varphi A}{1 + \varepsilon\varphi^2 A} \qquad \sigma\upsilon\nu 2A = \frac{1 - \varepsilon\varphi^2 A}{1 + \varepsilon\varphi^2 A}$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2} \qquad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2} \qquad \sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \eta\mu \frac{B-A}{2}$$

$$a = 2R \cdot \eta\mu A \qquad \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2 \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \sigma\upsilon\nu A \qquad E = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta\mu\Gamma}{2}$$

2. Στερεομετρία:

Ορθό Πρίσμα	$E_\pi = \Pi_\beta \cdot \upsilon$	$V = E_\beta \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_\pi = \frac{1}{2}\Pi_\beta \cdot h$	$V = \frac{E_\beta \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_\kappa = 2\pi R\upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_\kappa = \pi R\lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \cdot \upsilon}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_\kappa = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi \cdot \upsilon}{3}(R^2 + R \cdot \rho + \rho^2)$
Σφαίρα	$E = 4\pi R^2$	$V = \frac{4\pi R^3}{3}$