

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ (Βκκ: Ενότητα 1 :σελ 7-23)

ΝΟΜΟΣ ΗΜΙΤΟΝΩΝ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ- ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει:

<u>ΝΟΜΟΣ ΗΜΙΤΟΝΩΝ</u>	
$\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} = 2R$	
<i>Επίσης</i>	
$\begin{aligned} \alpha &= 2R\eta\mu A \\ \beta &= 2R\eta\mu B \\ \gamma &= 2R\eta\mu \Gamma \end{aligned}$	$\begin{aligned} \eta\mu A &= \frac{\alpha}{2R} \\ \eta\mu B &= \frac{\beta}{2R} \\ \eta\mu \Gamma &= \frac{\gamma}{2R} \end{aligned}$
<i>όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο.</i>	
<u>ΝΟΜΟΣ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ</u>	
$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A, \quad \beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - 2\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B, \quad \gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta\sigma\upsilon\nu \Gamma$	
<i>Επίσης</i>	
$\sigma\upsilon\nu A = \frac{\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2}{2\beta\gamma}, \quad \sigma\upsilon\nu B = \frac{\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2}{2\alpha\gamma}, \quad \sigma\upsilon\nu \Gamma = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2}{2\alpha\beta}$	
<u>ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ</u>	
$E = \frac{\beta\gamma\eta\mu A}{2} = \frac{\alpha\gamma\eta\mu B}{2} = \frac{\alpha\beta\eta\mu \Gamma}{2}$	

- **Επίλυση τριγώνου:** Η διαδικασία υπολογισμού του μέτρου των γωνιών του και του μήκους των πλευρών του.
(Να βρεθούν όλα τα κύρια στοιχεία του)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα $R = 4\text{cm}$.
Αν δίνονται $a = 8\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ να επιλύσετε το τρίγωνο.
- 2) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\beta = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $\gamma = 2\text{cm}$ και $\hat{B} = 120^\circ$.
- (α) Να επιλύσετε το τρίγωνο.
(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
- 3) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν $a = 1\text{cm}$, $\beta = \sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$ ($\hat{B} < 90^\circ$)
- 4) Να επιλυθεί το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν $a = 6\text{cm}$, $\beta = 12\text{cm}$ και $\gamma = 6\sqrt{3}\text{cm}$. Ακολουθώντας να βρείτε το εμβαδόν του.
- 5) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν οι σχέσεις :
- (α) $\frac{2\alpha+\beta}{2R} = 2\eta\mu A + \eta\mu B$
- (β) $\frac{\beta+3\gamma}{4\alpha} = \frac{\eta\mu B+3\eta\mu\Gamma}{4\eta\mu A}$
- (γ) $2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A + 2\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B = 2\gamma^2$
- (δ) $\frac{\alpha^2+\beta^2-\gamma^2}{\beta^2+\gamma^2-\alpha^2} = \frac{\varepsilon\varphi A}{\varepsilon\varphi\Gamma}$
- (ε) $\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} - \frac{2\sigma\upsilon\nu A}{\beta\gamma} = \frac{\eta\mu^2 A}{4R^2\eta\mu^2 B\eta\mu^2\Gamma}$
- 6) Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\beta - 2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma = 0$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- 7) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $4R^2 \cdot \eta\mu A \cdot \eta\mu B - \beta^2 = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- 8) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\eta\mu A = 2 \cdot \eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- 9) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 B = \eta\mu^2\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- 10) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu B - \beta \cdot \sigma\upsilon\nu A = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.