

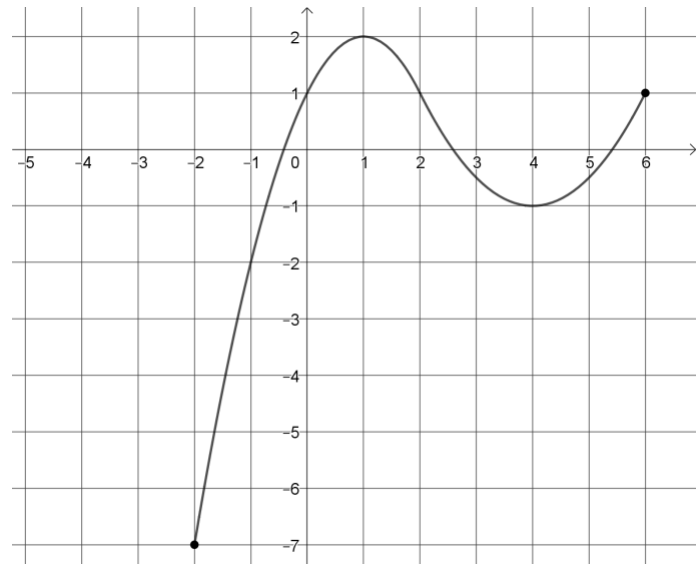
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' 4ΩΡΟ ΘΚ

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ

1. Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: [-2, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία έχει σημείο καμπής το $(2, 1)$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα
- (β) τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως φθίνουσα
- (γ) τα τοπικά ακρότατα της f και να τα χαρακτηρίσετε
- (δ) της τιμές του x για τις οποίες $f'(x)=0$
- (ε) της θέσεις των ολικών ακρότατων της f
- (στ) την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f
- (ζ) το διάστημα στο οποίο η f είναι κυρτή
- (η) το διάστημα στο οποίο η f είναι κοίλη



- 2. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 6x + 8$, $x \in [1, 4]$.
- 3. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $h(x) = 2x^3 - 7$, $x \in \mathbb{R}$, δεν έχει ακρότατα.
- 4. Η παράγωγος μιας συνάρτησης f είναι $f'(x) = (x + 5)^2(x - 1)(2x - 6)$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:
 - (α) τα ακρότατα της f ,
 - (β) τα διαστήματα μονοτονίας της f .
- 5. Να μελετήσετε τη συνάρτηση $f(x) = x^3 - 9x^2 + 5$, $x \in \mathbb{P}$, ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.

6. Να προσδιορίσετε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ αν η συνάρτηση $f(x) = x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 16x + 31, x \in \mathbb{R}$, παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $(1, 24)$. Αν $\alpha = -4$ και $\beta = 12$, να εξετάσετε αν η πιο πάνω συνάρτηση έχει σημεία καμπής.

7. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

8. Το κόστος της ημερήσιας παραγωγής x μονάδων ενός βιομηχανικού προϊόντος είναι:

$$K(x) = \frac{1}{3}x^3 - 20x^2 + 600x + 1000$$

σε χιλιάδες ευρώ, όταν $0 \leq x \leq 105$.

Η τιμή πώλησης x μονάδων βιομηχανικού προϊόντος είναι:

$$P(x) = 420x - 2x^2$$

σε χιλιάδες ευρώ.

(α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση του κέρδους δίνεται από τον τύπο:

$$P(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 18x^2 - 180x - 1000$$